Astronomie-AG, Dr. Hans-Otto Carmesin
Kurzentwurf für eine Astronomiestunde
Thema der Unterrichtseinheit: ART
Entdeckung der Schwäche der Gravitationsbeschleunigung bei Licht
Didaktik: KUZ: Die Lernenden können die Schwäche begründen.

Inhaltliche Aspekte	Verhaltensaspekte dazu
LV: Ablenkwinkel	Erläutern
LV: Gravitationsbeschleunigung a_G	Erläutern, Anwenden
LV: Klassische Bahnsimulation	Erläutern, Anwenden
TZ: a_G hängt nicht von Probeobjekt ab	Erläutern, Begründen
TZ: Ablenkwinkel zu klein	Erläutern, Begründen

Methodik: Dominantes Lehrverfahren: Entdeckenlassend

Zeit	Didaktische Erläuterungen	Methodische Erläuterungen	Sozialform
5	Problemstellung: TA: Leitfrage	Fallen	LSG
10	Problemanalyse: s.u.	TA	LSG
30	Problemlösungen: s.u.	Computerexperiment: Fortgeschrittene: eigenes Programm Jüngere: Programm „Bahn_Ablenkung“	GA
45	Sicherung: s. u. kognitiver Konflikt	SV, TA	SV

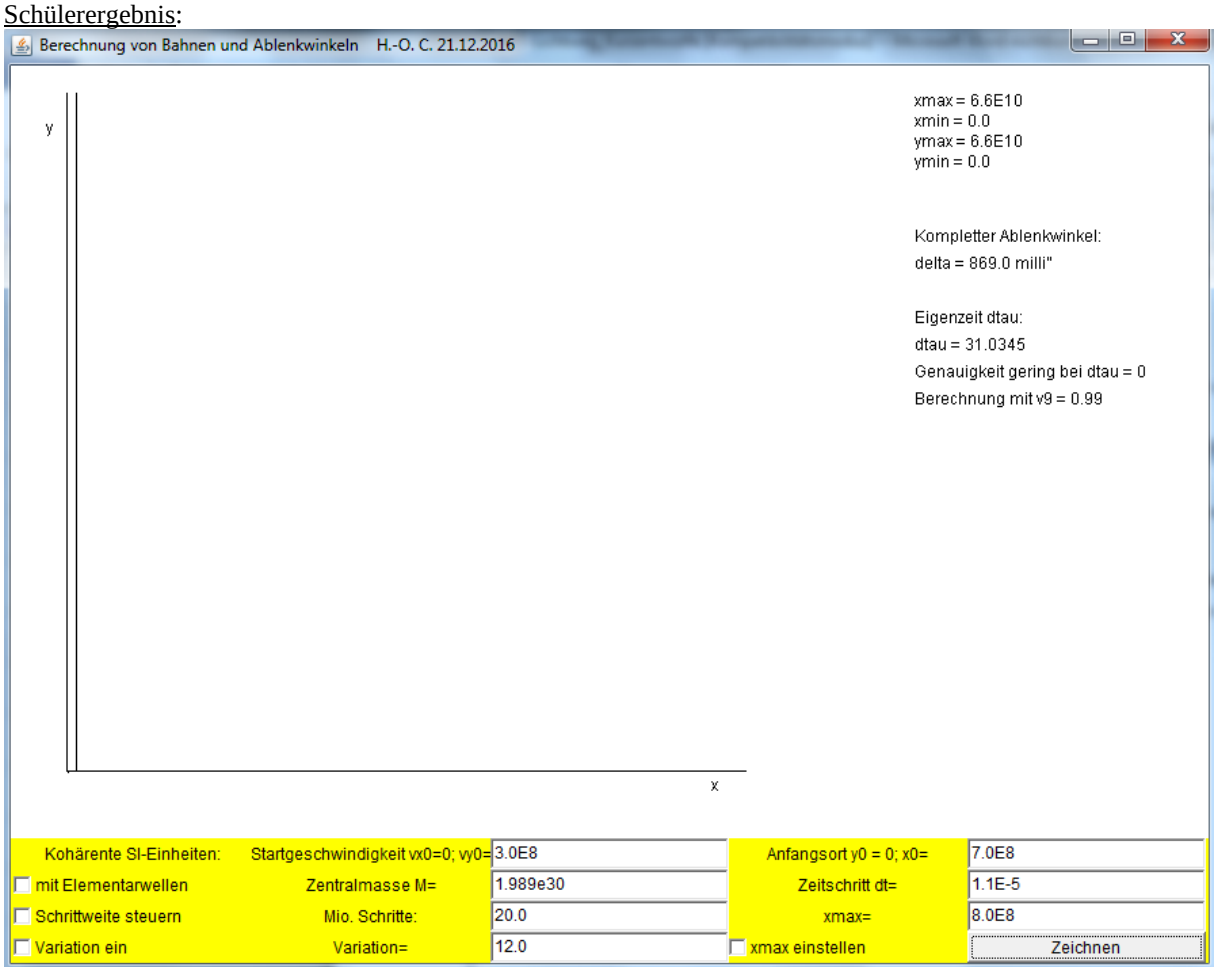
Geplantes Tafelbild

Kann die Gravitationsbeschleunigung die Lichtablenkung erklären?

Ideen: Ja, denn die Gravitationsbeschleunigung $a_G = G \cdot M/r^2$ ist für alle beschleunigten Objekte gleich.

Überprüfung: Bahnsimulation müsste Ablenkwinkel $\delta = 1{,}74$ ‘‘ ergeben.
Dazu müssen wir unser Programm zur Bahnsimulation von Kometen erweitern um die Anweisung: v = c;

Schülerergebnis:



Ergebnis: Die Gravitationsbeschleunigung ergibt $\delta = 0{,}869$ ‘‘. Das ist um einen Faktor zwei zu schwach.
Deutung: Das Licht erfährt eine weitere Ablenkung.

Astronomie-AG, Dr. Hans-Otto Carmesin
Kurzentwurf für eine Astronomiestunde
Thema der Unterrichtseinheit: ART
Entdeckung der Brechung von Lichtwellen durch Raumkrümmung
Didaktik: KUZ: Die Lernenden können diese Lichtbrechung begründen.

Inhaltliche Aspekte	Verhaltensaspekte dazu
LV: Schwäche der Gravitationsbeschleunigung	Begründen
LV: Lichtwelle	Erläutern, Anwenden
LV: Wasserwelle am Strand	Beschreiben
TZ: Brechung von Wasserwellen	Erläutern, Begründen
TZ: Brechung von Lichtwellen	Berechnen

Methodik: Dominantes Lehrverfahren: Entdeckenlassend

Zeit	Didaktische Erläuterungen	Methodische Erläuterungen	Sozialform
5	Problemstellung: TA: Leitfrage	Fallen	LSG
10	Problemanalyse: s.u.	TA, AB	LSG
30	Problemlösungen: s.u.	Erklärung der Brechung von Lichtwellen durch Raumkrümmung, Tabelle s. u.	GA
45	Sicherung: s. u.	SV, TA, Konsolidierung : AB 2	SV

Geplantes Tafelbild

Wie können wir die weitere Lichtablenkung erklären?

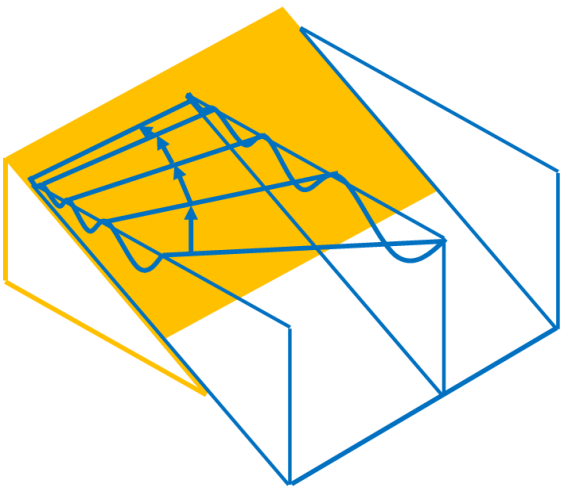
Ideen: Kräfte
Wellen, Wellenlänge

Analogie: Wasserwellen werden am Strand abgelenkt.

Wasserwelle	Lichtwelle
Kurze Wellenlänge im Flachwasser nahe Strand	Kurze Wellenlänge nahe Sonne
Strecke λ je T	Strecke λ je T
Kurze Strecke nahe Strand	Kurze Strecke nahe Sonne
Ablenkung zum Strand	Ablenkung zur Sonne

Ergebnis: Die Raumkrümmung führt zu einer Lichtablenkung der Lichtwelle in Richtung Sonne.
Nächster Schritt: Simulation

Aufgabenblatt, Astronomie-AG, Dr. Carmesin

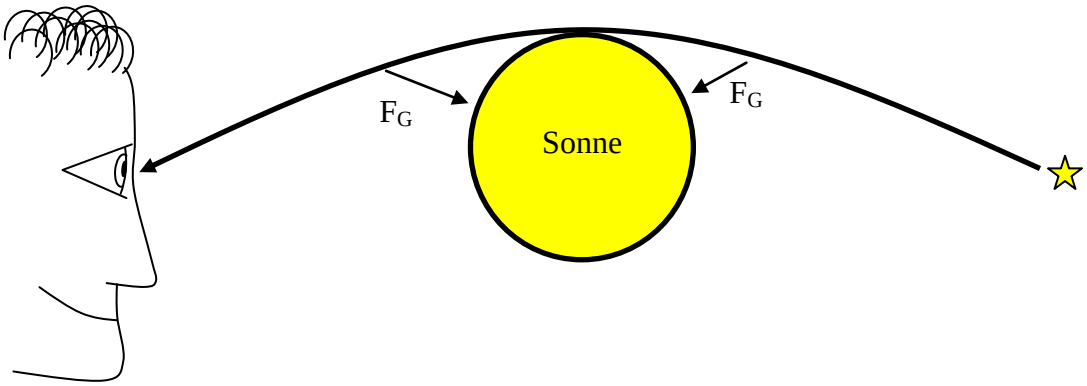


Wellen am Strand: Je flacher das Wasser ist, desto kürzer ist die Wellenlänge. Als Folge werden die Wellen aus dem tiefen Wasser zum Strand hin abgelenkt. Denn eine Wellenfront legt je Periodendauer eine Wellenlänge zurück. Und das ist im Tiefwasser eine größere Strecke als im Flachwasser. Daraus resultiert die Ablenkung.

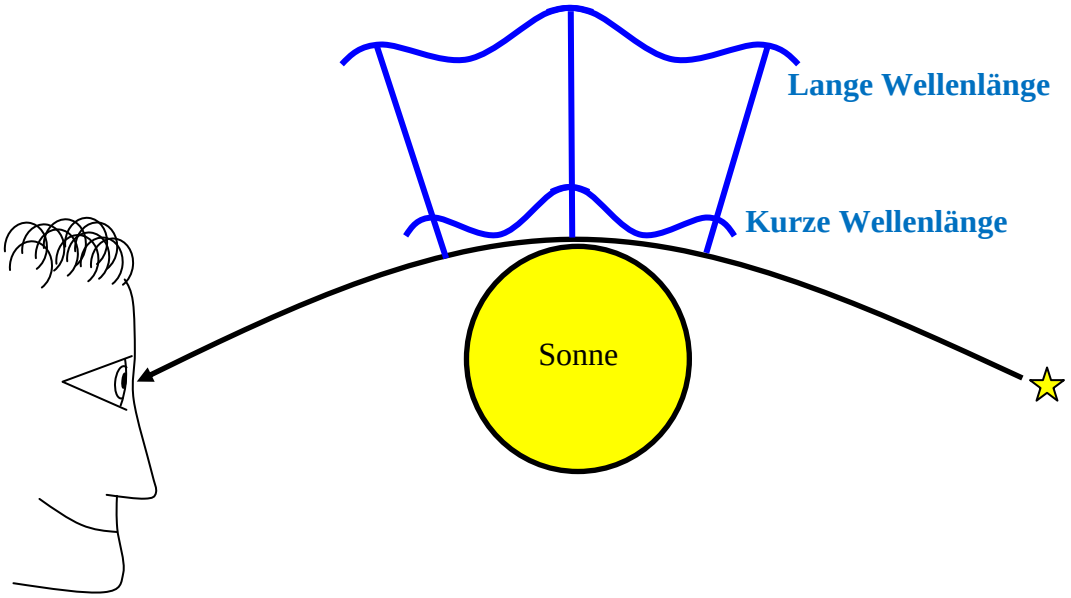
Erläutere eine mögliche Analogie zur Lichtablenkung. Stelle dein Ergebnis in einer Tabelle dar.

Aufgabenblatt, Astronomie-AG, Dr. Carmesin

Für die beobachtete Krümmung des Lichtweges bei der Sonne und beim Zwillingsquasar gibt es nun zwei Erklärungsansätze:



Ein erster Erklärungsansatz besagt, dass die Schwerkraft F_G das Licht zur Sonne hin ablenkt.



Ein zweiter Erklärungsansatz besagt, dass die Verkürzung der Wellenlänge das Licht zur Sonne hin ablenkt. Ähnlich werden die Wellenlängen zum Strand hin kürzer und lenken die Wellen zum Strand hin:

1. Erläutere die Analogie des ersten Erklärungsansatzes zur Bewegung eines Kometen.
2. Erläutere die Analogie des zweiten Erklärungsansatzes zur Brechung von Licht an Glas.

Astronomie-AG, Dr. Hans-Otto Carmesin

Kurzentwurf für eine Astronomiestunde

Thema der Unterrichtseinheit: ART

Modellierung der Lichtablenkung mit Elementarwellen

Didaktik: KUZ: Die Lernenden modellieren und berechnen die Lichtablenkung.

Inhaltliche Aspekte	Verhaltensaspekte
LV: Ablenkung von Lichtwellen	Erläutern, Begründen
LV: Tangentennäherung	Erläutern, Anwenden
LV: Gravitationsrotverschiebung	Erläutern, Anwenden
LV: Huygens'sches Prinzip	Erläutern, Anwenden
TZ: $\Delta\lambda$	Herleiten
TZ: δ	Berechnen

Methodik: Dominantes Lehrverfahren: Interaktiv erarbeitend

Zeit	Didaktische Erläuterungen	Methodische Erläuterungen	Sozialform
5	Stundenfrage: TA: Leitfrage	$GM/r^2 \rightarrow \delta$ zu klein Lichtwelle	LSG
10	Analyse: Ideen s.u.	TA	LSG
60	Erarbeitung: s.u.	Erläuterungen, Zahlenbeispiele zur Tangentennäherung, Herleitungen Binnendifferenzierung: Fortgeschrittene: Herleitung, Simulation mit eigenem Programm Jüngere: Simulation mit Programm „Bahn_Ablenkung"	GA
80	Sicherung: s. u.	SV, TA	SV

Geplantes Tafelbild

Wie kommt es bei den Lichtwellen zum Ablenkwinkel δ=1,74''?

Ideen: Elementarwellen sind unten kurzwellig, Wellenfront dreht zu M hin

Zu a, b) Erläuterungen

Beispiel: $\sqrt{1-0{,}001} \approx 1 - 0{,}005001 \approx 1 - 0{,}001 \cdot ½$

Beispiel: $\frac{1}{1-0{,}001} \approx 1 + 0{,}001001 \approx 1 - 0{,}001$

Beispiel: Höhe bei $\begin{pmatrix}0{,}6\\0{,}8\end{pmatrix}$ ist 0,8. $\begin{pmatrix}0{,}6\\0{,}8\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = 0\cdot 0{,}6+1\cdot 0{,}8 = 0{,}8$

Beispiel: Senkrecht zu $\begin{pmatrix}0{,}6\\0{,}8\end{pmatrix}$ ist $\begin{pmatrix}-0{,}8\\0{,}6\end{pmatrix}$

Zu c) $\alpha = \Delta\lambda/w = \Delta\lambda$

Zu d) $\vec{v}(t)$ wird um α gedreht in Richtung $\vec{w}(t)$

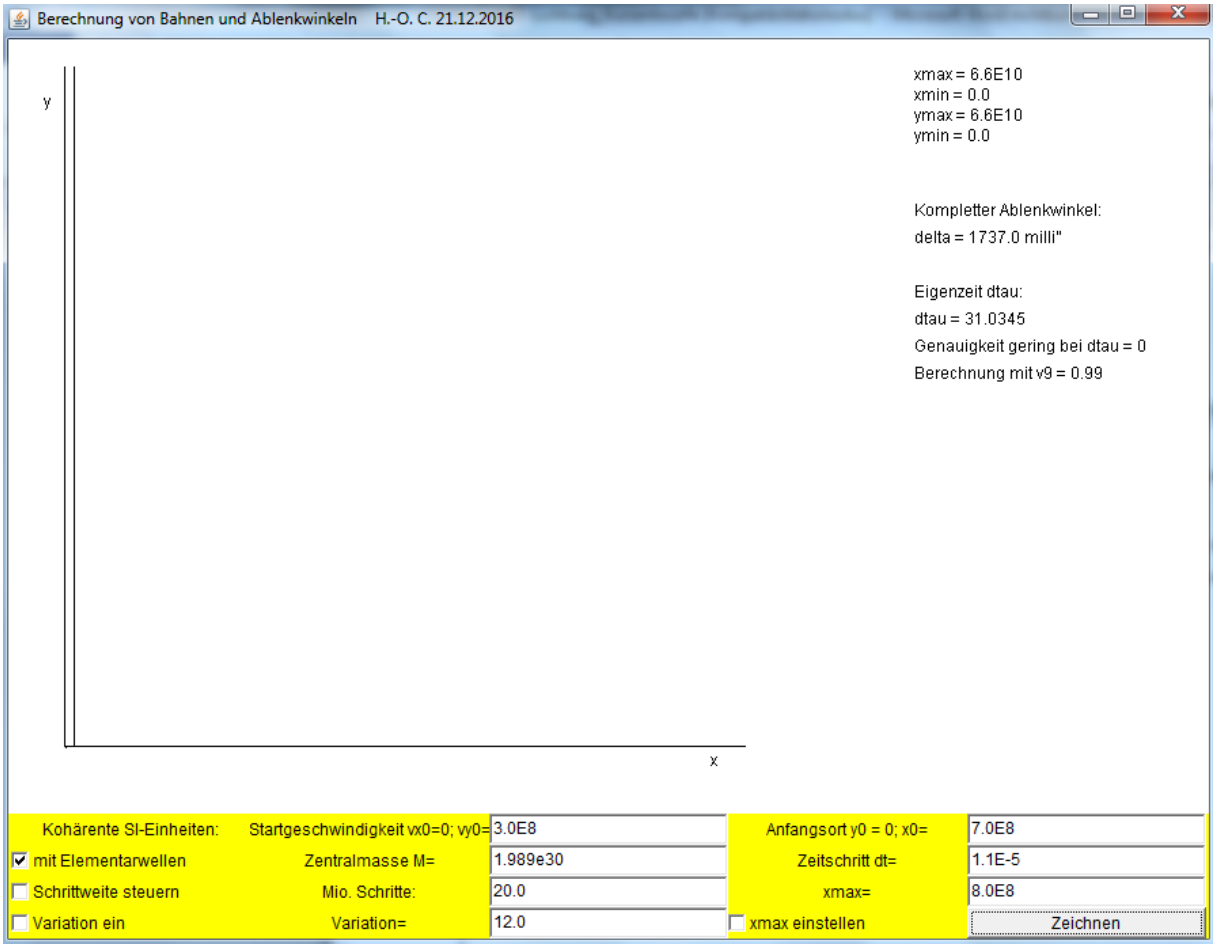
$\vec{v}(t+dt) = \vec{v}(t) + \alpha \cdot v \cdot \vec{w}(t)$

$\vec{v}(t+dt) = \vec{v}(t) + \Delta\lambda \cdot c \cdot \vec{w}(t)$

Zusätzliche Programmzeilen:

```
wx = -1*vy/c; wy = vx/c;
h = -1*(wx*x/r+wy*y/r);
dlambda = 0.5*rs/(r*r)*h*c*dt;
vx = vx+dlambda*wx*c;
vy = vy+dlambda*wy*c;
```

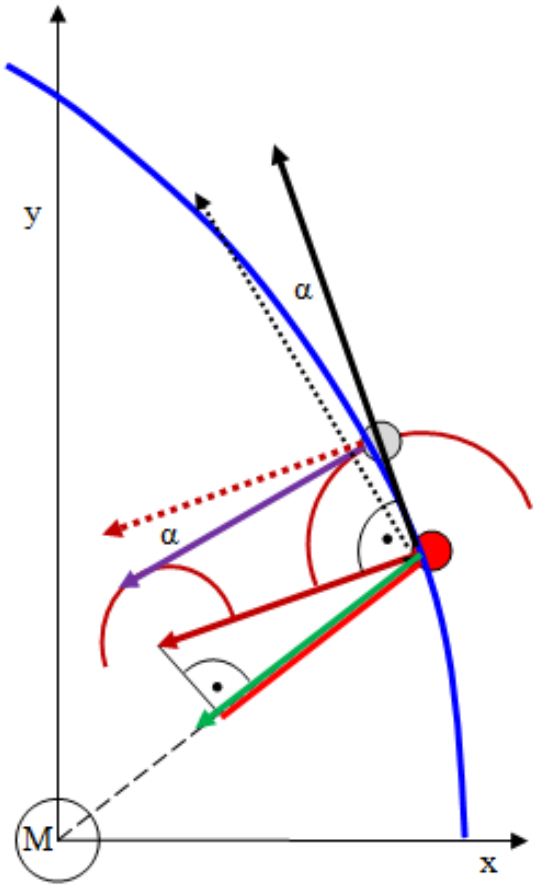
Schülerergebnis zur Simulation



Ergebnis: Wenn wir das Licht als Welle modellieren, dann berechnen wir den Ablenkwinkel $\delta = 1{,}74''$. Das entspricht dem Messwert von 1,74‘‘.

Arbeitsblatt, Astronomie-AG, Dr. Carmesin

Blau: Bahn
Roter Punkt: $\vec{r}$ (t)
Grauer Punkt: $\vec{r}$ (t+dt)
Grün: Einheitsrichtungsvektor $\vec{e}$ zur Masse
Schwarzer Pfeil: Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$
Gepunkteter schwarzer Pfeil: $\vec{v}(t+dt)$
Dunkelrot: Wellenfront $\vec{w}(t)$ mit Länge 1 und senkrecht $\vec{v}(t)$
Violett: $\vec{w}(t+dt)$
Huygens'sche Elementarwelle: Halbkreise
Rote Strecke: Höhe h



<u>Berechnung der Wellenlängenverkürzung</u>

Wellenlänge $\lambda(r) = \lambda_\infty \cdot \sqrt{1-\frac{R_S}{r}}$ |Tangentennäherung

$\lambda(r) = \lambda_\infty - \lambda_\infty \cdot ½ R_S/r$ (Gl. 1)

$\lambda(r-h) = \lambda_\infty \cdot \sqrt{1-\frac{R_S}{r-h}}$ |Tangentennäherung

$\lambda(r-h) = \lambda_\infty - \lambda_\infty \cdot ½ R_S/(r-h)$

$\lambda(r-h) = \lambda_\infty - \lambda_\infty \cdot ½ R_S/r \cdot 1/(1-h/r)$ | Tangentennäherung

$\lambda(r-h) = \lambda_\infty - \lambda_\infty \cdot ½ R_S/r \cdot (1+h/r)$

$\Delta\lambda = \lambda(r) - \lambda(r-h) = \lambda_\infty \cdot ½ \cdot h \cdot R_S/r^2 \approx \lambda(r) \cdot ½ \cdot h \cdot R_S/r^2$

$\Delta\lambda = ½ \cdot c \cdot dt \cdot h \cdot R_S/r^2$

<u>Berechnung der Höhe</u>: $h = \vec{e} \cdot \vec{w}$

1) Erläutere die Herleitung der Formel für Δλ.
2) Erläutere die Herleitung der Formel für h.
3) Leite einen Term her für α.
4) Leite einen Term her für $\vec{v}(t+dt)$
5) Ergänze das Computerprogramm.
6) Berechne δ.

Astronomie-AG, Dr. Hans-Otto Carmesin

Kurzentwurf für eine Astronomiestunde

Thema der Unterrichtseinheit: ART

Überprüfung des Trödelprinzips

Didaktik: KUZ: Die Lernenden erläutern und überprüfen das Prinzip.

Inhaltliche Aspekte	Verhaltensaspekte dazu
LV: Computerexperiment zur Lichtablenkung	Erläutern, Anwenden
TZ: Eigenzeit	Erläutern, Anwenden
TZ: Extremalprinzip	Überprüfen, Erläutern

Methodik: Dominantes Lehrverfahren: Entdeckenlassend

Zeit	Didaktische Erläuterungen	Methodische Erläuterungen	Sozialform
9	Problemstellung: TA: Leitfrage	LV: Fermat-Prinzip	LSG
16	Analyse: Ideen s.u.	TA	LSG
75	Problemlösung: s.u.	Programm, s. Anhang, Computerexperimente	GA
90	Sicherung: s. u.	SV, TA	SV

Geplantes Tafelbild

Entspricht der Lichtweg einem Extremalprinzip?

Ideen: Kürzester Weg, kürzeste Zeit

Info: Zeitdilatation: $t'^2 = t^2 (1-v^2/c^2)$

Also: $t' = 1/c \cdot (c^2 t^2 - x^2)^{0,5} = \tau$ (Eigenzeit)

Also mit Krümmung: $d\tau = 1/c \cdot (g_{tt} c^2 dt^2 - g_{rr} dr^2 - r^2 d\varphi^2)^{0,5}$

Lösungen:

Computerexperimente: Wir ändern die Bahn etwas und berechnen τ:

Es erfolgt eine Variation der Bahn in x-Richtung durch Addition einer sinusförmigen Geschwindigkeit mit der im Feld „Variation =“ angegeben Amplitude.

(Dem entsprechen folgende zwei Programmzeilen:

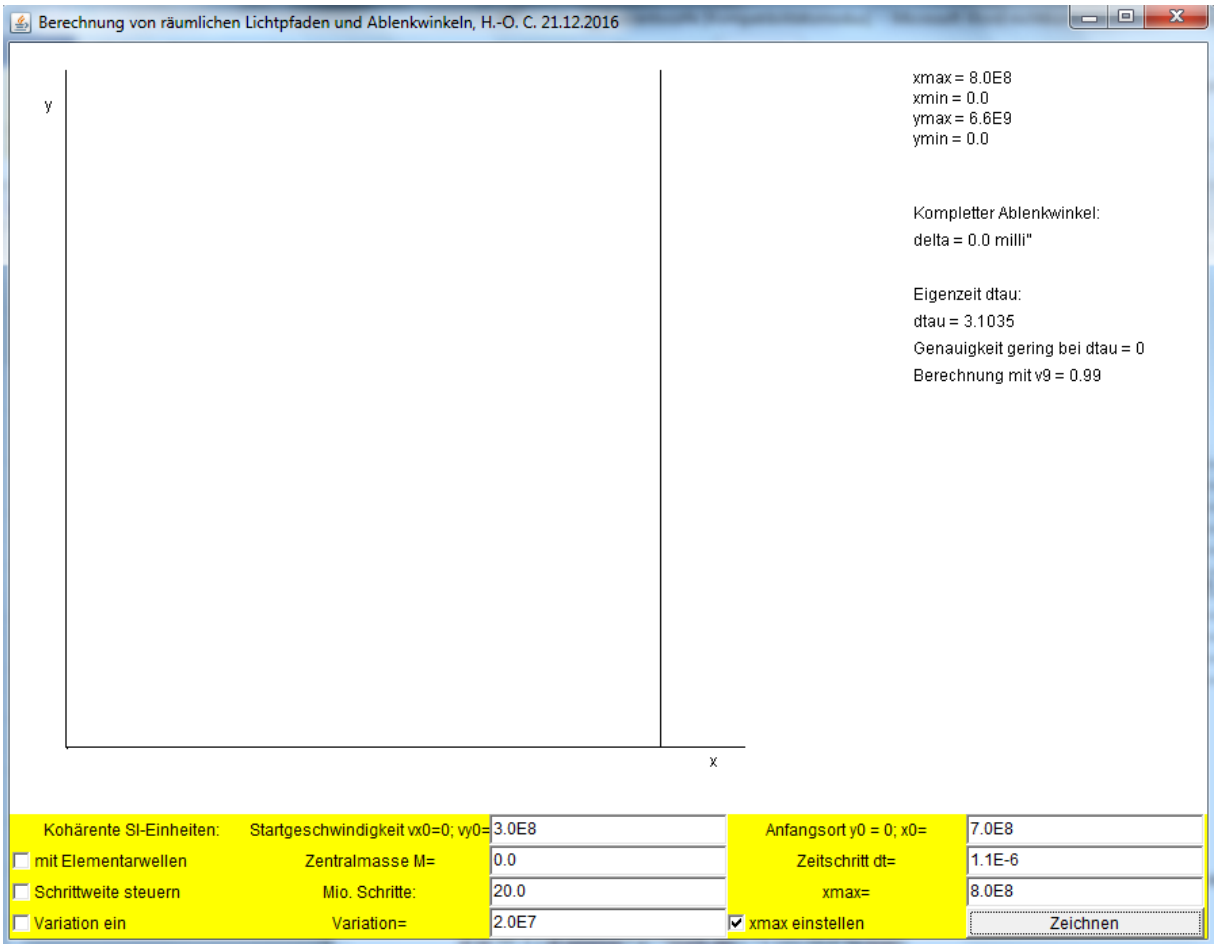
```
if (rt == 1.) v_variation = p7*Math.sin(2.*3.1415926*m/max);
dx9 = vx*dt+v_variation*dt;)
```

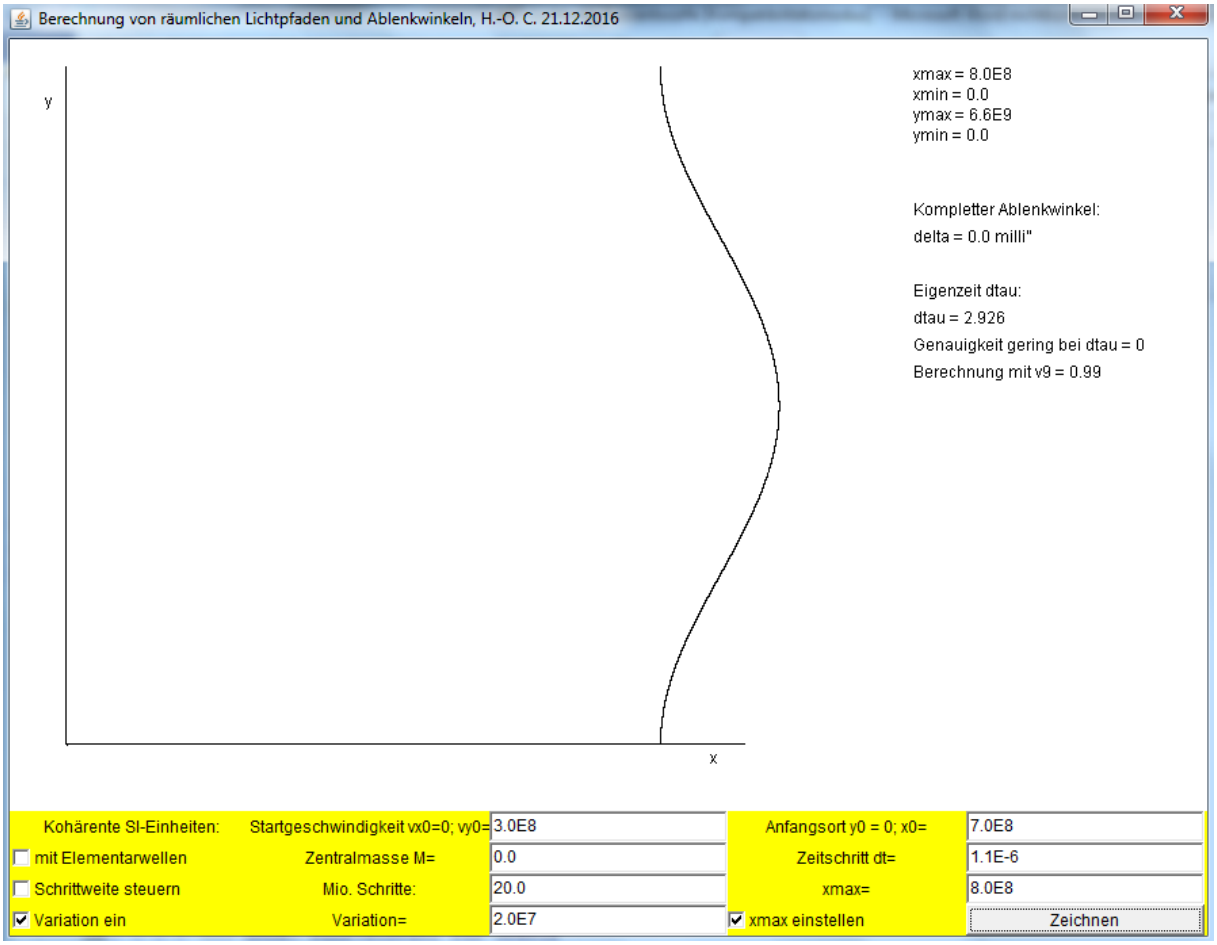
Zudem ist zum Zweck der numerischen Stabilität der Subtrahend im Term der Eigenzeit mit v9 = 0,99 multipliziert.

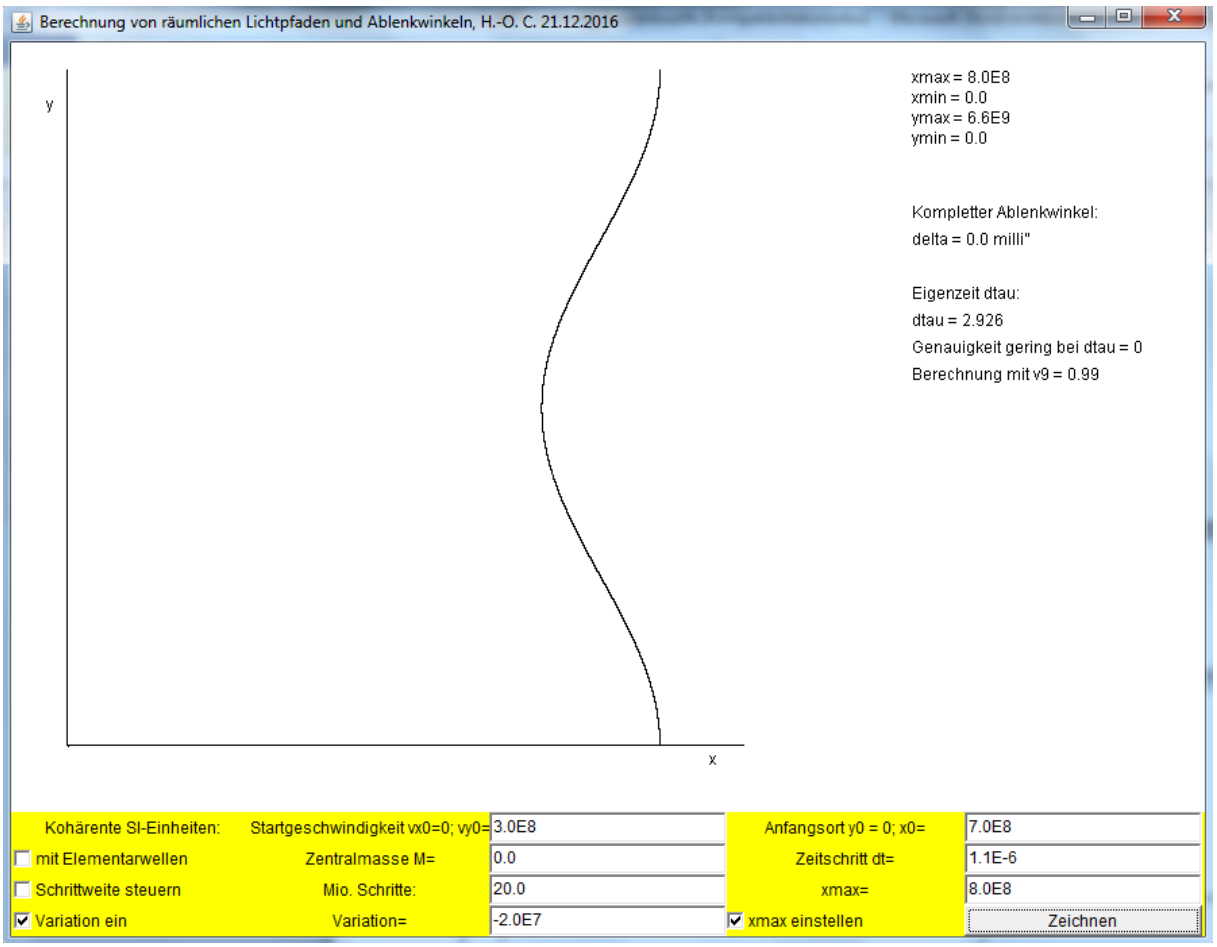
(Dem entspricht die Programmzeile:

```
dtau = dtau+Math.sqrt(gtt*c*c*dt*dt-(dr9*dr9/gtt+df9*df9)*v9*v9)/c;)
```

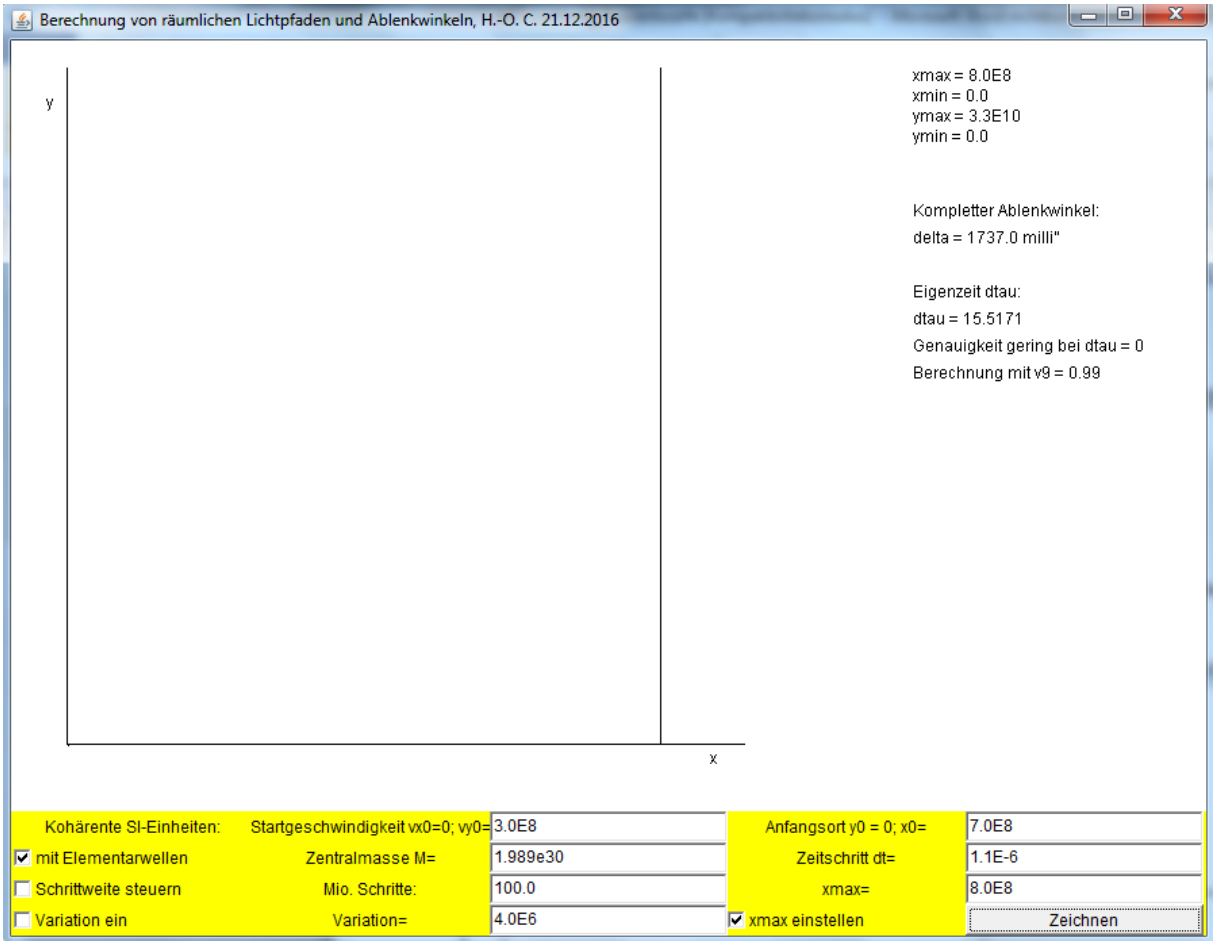
In einem ersten Computerexperiment wird für die Masse M = 0 bestätigt, dass die Eigenzeit für die geradlinige Bahn maximal wird:

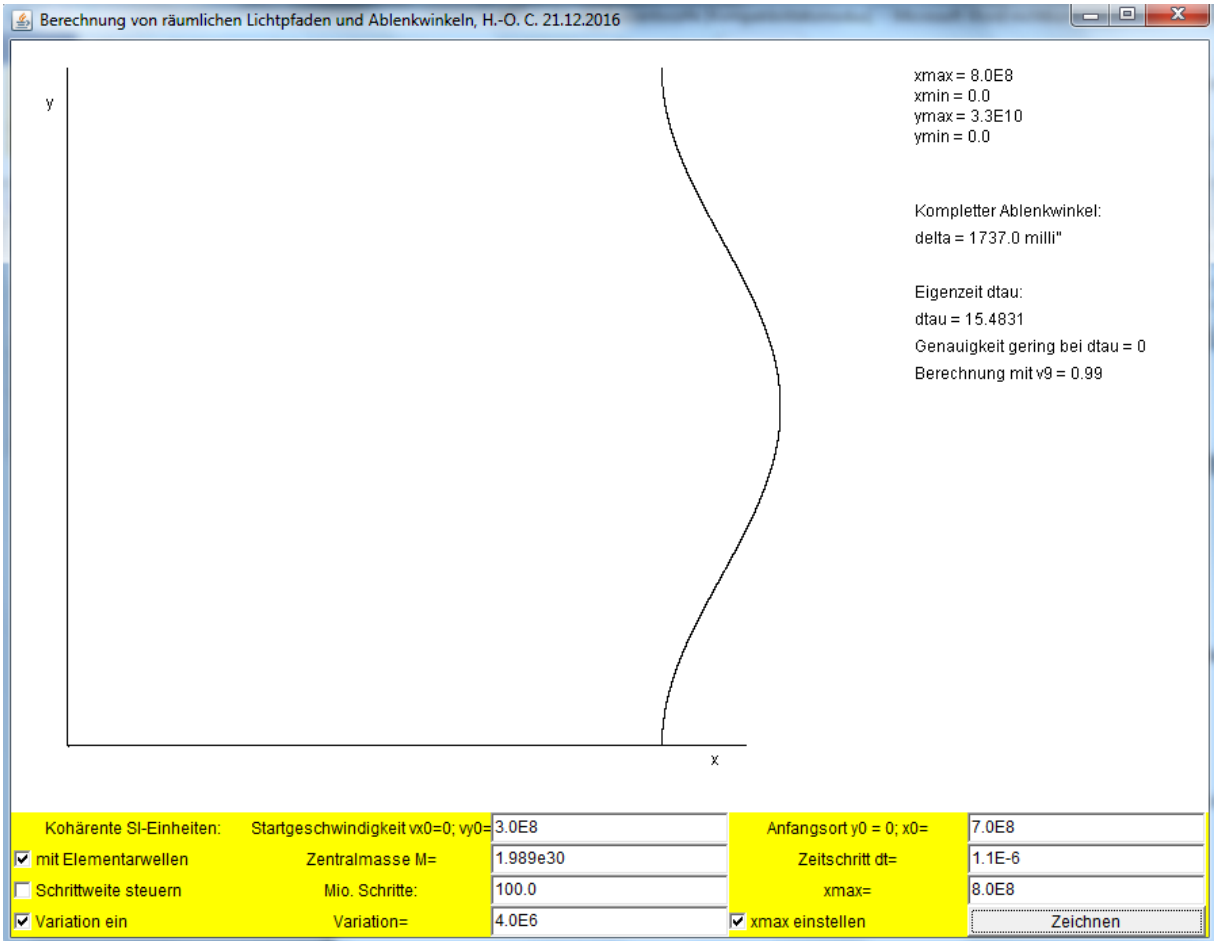


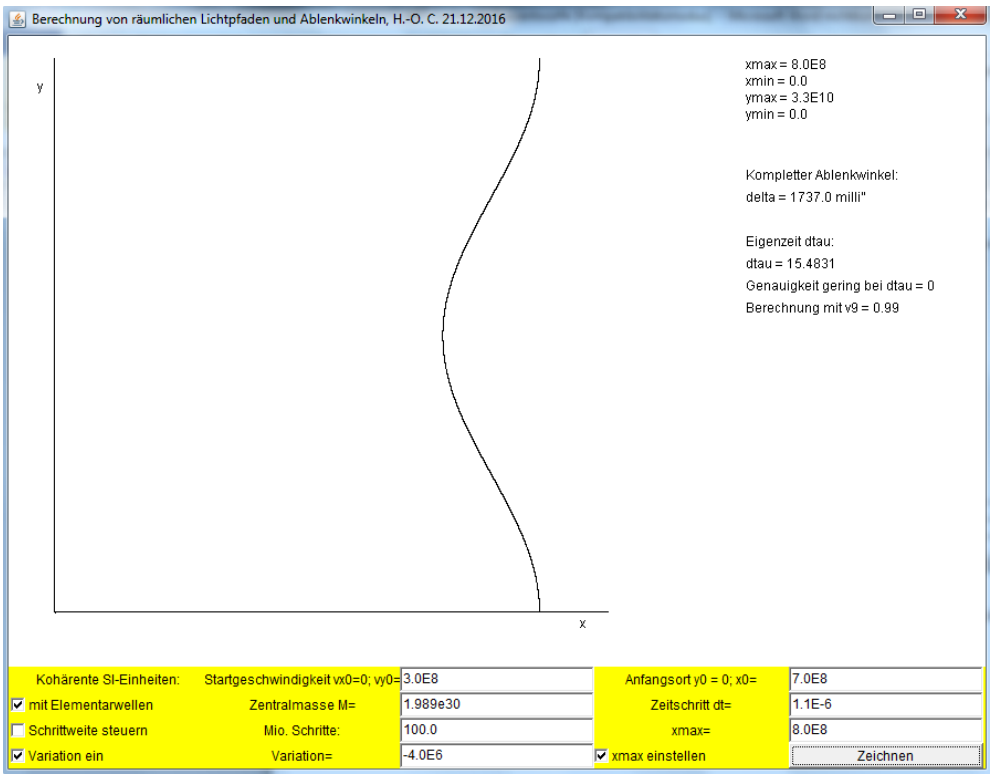

Berechnung von räumlichen Lichtpfaden und Ablenkwinkeln, H.-O. C. 21.12.2016
y
x
xmax = 8.0E8
xmin = 0.0
ymax = 6.6E9
ymin = 0.0
Kompletter Ablenkwinkel:
delta = 0.0 milli"
Eigenzeit dtau:
dtau = 2.926
Genauigkeit gering bei dtau = 0
Berechnung mit v9 = 0.99
Kohärente SI-Einheiten:
Startgeschwindigkeit vx0=0; vy0=
3.0E8
Anfangsort y0 = 0; x0=
7.0E8
mit Elementarwellen
Zentralmasse M=
0.0
Zeitschritt dt=
1.1E-6
Schrittweite steuern
Mio. Schritte:
20.0
xmax=
8.0E8
Variation ein
Variation=
2.0E7
xmax einstellen
Zeichnen


Berechnung von räumlichen Lichtpfaden und Ablenkwinkeln, H.-O. C. 21.12.2016
y
x
xmax = 8.0E8
xmin = 0.0
ymax = 6.6E9
ymin = 0.0
Kompletter Ablenkwinkel:
delta = 0.0 milli"
Eigenzeit dtau:
dtau = 2.926
Genauigkeit gering bei dtau = 0
Berechnung mit v9 = 0.99
Kohärente SI-Einheiten:
Startgeschwindigkeit vx0=0; vy0=
3.0E8
Anfangsort y0 = 0; x0=
7.0E8
mit Elementarwellen
Zentralmasse M=
0.0
Zeitschritt dt=
1.1E-6
Schrittweite steuern
Mio. Schritte:
20.0
xmax=
8.0E8
Variation ein
Variation=
-2.0E7
xmax einstellen
Zeichnen

In einem zweiten Computerexperiment wird für die Sonnenmasse M = 1,989·10^{30} kg bestätigt, dass die Eigenzeit für die tatsächliche Bahn mit Ablenkwinkel 1,74‘‘ maximal wird:







Ergebnis: Computerexperimente zeigen, dass die Eigenzeit τ beim tatsächlichen Lichtweg größer ist als bei benachbarten Wegen.
Bezeichnungen: Trödelprinzip, Extremalprinzip